

Propozycja metod kontroli i oceny osiągnięć- LO

Jednym z najtrudniejszych zadań stojących przed nauczycielem jest sprawdzanie i ocenianie osiągnięć uczniów. Jego prawidłowe wykonanie jest niezbędne dla:

- ucznia, gdyż potwierdza lub kwestionuje jego samoocenę (a tym samym uczy właściwego oceniania samego siebie); jest sygnałem do uzupełnienia niedociągnięć; motywuje do dalszego kształcenia oraz rozwijania własnych uzdolnień i zainteresowań;
- nauczyciela, gdyż dostarcza informacji o poprawności stosowanych metod nauczania oraz stopniu osiągnięcia zamierzonych celów edukacyjnych.

Matematyka jest dyscypliną nauki, w której umiejętności tylko pozornie są łatwe do oceny. Częstym błędem jest na przykład klasyfikowanie pisemnych rozwiązań zadań wyłącznie w dwóch kategoriach – jako zrobione błędnie albo bezbłędnie. Tymczasem można tak postępować tylko w stosunku do odpowiedzi w testach. Największą trudność sprawia ustalenie, na ile uczeń rozumie to, co robi. Bardzo ważne jest więc stawianie mu pytań sprawdzających zrozumienie kolejnych etapów pracy.

Z powyższych uwag wynika, że metody sprawdzania osiągnięć ucznia powinny być różnorodne. Nie należy przy tym każdego sprawdzania umiejętności kończyć oceną wyrażoną stopniem. Uczeń powinien kształcić się na własnych błędach oraz twórczo poszukiwać właściwych rozwiązań. Pod żadnym pozorem nie można dopuścić do sytuacji, w której strach przed negatywną oceną paraliżuje i odbiera chęć aktywnego uczestniczenia w lekcji. Swobodne wypowiedzi są dla nauczyciela dobrą wskazówką, czy proces dydaktyczny przebiega prawidłowo.

Uczniom warto zadać przygotowanie publicznej prezentacji rozwiązania problemu, który wcześniej opracują w 2–3-osobowych grupach. Takie zadanie skutecznie motywuje do dokładnego zrozumienia tematu. Podczas prezentowania wyników pracy przez jednego z członków grupy, należy bardzo dociekliwie pytać: „skąd ten wniosek?”, „dlaczego?”, „czy zawsze?”, „czy dla dowolnych?” itp. Na ogół uczniowie, przyzwyczajeni do takiej formy pracy, stawiają sobie nawzajem podobne pytania podczas przygotowywania prezentacji. Jest to bardzo efektywny sposób nauki, a dla nauczyciela prezentacja jest jedną z najlepszych metod sprawdzenia, czy pojęcia lub teorie matematyczne, zwłaszcza trudniejsze, zostały dobrze zrozumiane.

Uczniom należy zadawać pracę do domu. Jest to konieczne ze względu na zbyt duży zakres materiału w stosunku do liczby godzin. Praca taka spełni swoje zadanie, o ile nauczyciel będzie kontrolował poprawność jej wykonania, co nie powinno jednak łączyć się ze stopniem.

Nie należy rezygnować z tradycyjnej formy odpowiedzi ustnej ocenianej stopniem. Uczeń powinien umieć prezentować swoje umiejętności nawet w sytuacji związanej z dużym stresem. Warto tak zaplanować lekcje, aby w ciągu semestru każdy otrzymał przynajmniej jedną ocenę z odpowiedzi ustnej.

Pisemne sprawdziany wiadomości to zwykle kartkówki, prace klasowe oraz różnego rodzaju testy. Krótkie kartkówki są wygodną formą kontroli umiejętności nabytych w trakcie ostatnich (3–4) lekcji. Powinny być raczej oceną sprawności rachunkowej, znajomości i stosowania definicji itp. niż rozwiązywaniem zadań problemowych. Po większej partii materiału przeprowadza się na ogół godzinne prace klasowe. Przygotowanie prawidłowego zestawu zadań jest dla nauczyciela swoistym wyzwaniem, gdyż:

- zadania powinny mieć zróżnicowany stopień trudności;
- rozwiązania powinny dać możliwość oceny pracy w pełnej skali, od niedostatecznej do celującej;
- część z postawionych problemów powinna dawać szansę na wykazanie się myśleniem twórczym.

To tylko niektóre z cech dobrze opracowanej pracy klasowej.

Coraz częściej spotykaną formą pracy pisemnej są testy. Młodzi ludzie, wcześniej czy później, spotkają się z tą formą sprawdzianu, warto więc ćwiczyć z nimi umiejętność ich rozwiązywania. Praktyka dowodzi, że bez wcześniejszego treningu trudno jest, nawet osobie dobrze przygotowanej merytorycznie, prawidłowo rozwiązać egzamin testowy.

Niezwykle ważne jest staranne, rzetelne, w pełni profesjonalne przygotowanie każdego sprawdzianu. Stosując obowiązujący w Polsce system oceniania, warto zadbać o przejrzystość kryteriów i konsekwencję w ich stosowaniu. Wiadomo, jak bardzo potrafi zniechęcić do dalszej nauki niesprawiedliwa lub nieuzasadniona ocena.

PROPOZYCJA POZIOMÓW WYMAGAŃ

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające (W). Poszczególnym poziomom wymagań w sposób naturalny można przyporządkować następujące oceny:

2 – dopuszczający **3** – dostateczny **4** – dobry **5** – bardzo dobry **6** – celujący

Ilustracja w tabeli:

		2	Wymagania konieczne	K
		3	Wymagania podstawowe zawierają wymagania z poziomu (K)	$K \subset P$
		4	Wymagania rozszerzające zawierają wymagania z poziomów (K) i (P)	$K \subset P \subset R$
		5	Wymagania dopełniające zawierają wymagania z poziomów (K), (P) i (R)	$K \subset P \subset R \subset D$
	6		Wymagania wykraczające zawierają wymagania z poziomów (K), (P), (R) i (D)	$K \subset P \subset R \subset D \subset W$

Przyporządkowując określone treści wymienionym kategoriom, stosowane są zasady określone przez prof. B. Niemierkę w jego teorii pomiaru dydaktycznego.

Wymagania **konieczne** są najłatwiejsze, najczęściej stosowane i niewymagające modyfikacji. Stanowią podstawę dalszego kształcenia, więc powinny być opanowane przez każdego ucznia.

Wymagania **podstawowe** są przystępne i uniwersalne, niezbędne na danym etapie kształcenia, często bezpośrednio użyteczne życiowo.

Wymagania **rozszerzające** są umiarkowanie przystępne, bardziej złożone i mniej przydatne, ale nie niezbędne na danym etapie kształcenia.

Wymagania **dopełniające** są trudne, złożone i nietypowe, wyspecjalizowane i zwykle bez bezpośredniej użyteczności pozaszkolnej.

Wymagania **wykraczające** są szczególnie trudne, złożone i oryginalne, twórcze naukowo i wąsko specjalistyczne.

KATALOG WYMAGAŃ

PROGRAMOWYCH

Klasa I Liceum Ogólnokształcącego

LICZBY RZECZYWISTE

(POTĘGI, PIERWIASTKI, LOGARYTMY I OBLICZENIA PROCENTOWE)

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- przedstawiać liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamek zwykłego, ułamek dziesiętny okresowy, z użyciem symboli pierwiastków, potęg)
- zamieniać ułamek zwykły na ułamek dziesiętny
- podać przykłady liczb niewymiernych
- podać przybliżenie dziesiętne liczby (np. korzystając z kalkulatora) zadaną dokładnością
- porównać liczby wymierne
- porównać liczby rzeczywiste (np. korzystając z kalkulatora)
- stosować kolejność działań w zbiorze liczb rzeczywistych
- oszacować wartość wyrażenia liczbowego
- przekształcić proste wyrażenia algebraiczne
- stosować wzory skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$
- rozwiązać równanie i nierówność pierwszego stopnia z jedną niewiadomą
- sprawdzić, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania, nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą
- ułożyć równanie lub nierówność do zależności opisanej słownie
- rozwiązać układ nierówności pierwszego stopnia i zapisać wynik w postaci przedziału liczbowego
- zaznaczyć przedziały liczbowe na osi liczbowej
- wskazać różnicę między definicją pierwiastka stopnia parzystego a definicją pierwiastka stopnia nieparzystego
- wykonać działania na pierwiastkach
- stosować prawa działań na pierwiastkach
- wyłączać czynnik spod pierwiastka
- włączać czynnik pod pierwiastek

- usuwać niewymierność w wyrażeniu typu $\frac{1}{\sqrt{a}}$
- podnieść liczbę do potęgi wymiernej
- wykonywać działania na potęgach o wykładniku wymiernym
- obliczać logarytm liczb
- stosować w zadaniach wzór na logarytm iloczynu i ilorazu
- stosować w zadaniach wzór na logarytm potęgi
- obliczyć $p\%$ danej wielkości w
- obliczyć wielkość w , gdy dany jest jej procent
- obliczyć, jakim procentem wielkości w jest wielkość a
- wykonać w pamięci proste obliczenia typu: o 50% więcej niż 10, o 200% więcej niż 15, o 20% mniej niż 50 itp.
- obliczyć wartość bezwzględną liczby rzeczywistej
- obliczyć odległość dwóch liczb na osi liczbowej
- obliczyć błąd bezwzględny i względny przybliżenia

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- zamienić ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły
- odróżnić liczbę wymierną od niewymiernej
- usuwać niewymierność w mianowniku wyrażenia typu: $\frac{d}{a+b\sqrt{c}}$
- porównywać potęgi o wykładnikach wymiernych
- rozwiązać zadanie tekstowe wymagające zastosowania pierwiastków wyższych stopni
- porównać pierwiastki (bez stosowania kalkulatora)
- obliczyć, o ile procent wielkość a jest większa (mniejsza) od wielkości b
- swobodnie operować pojęciem punktu procentowego
- krytycznie czytać teksty zawierające i komentujące dane procentowe
- rozwiązać złożone zadania tekstowe prowadzące do równania (układu równań) z wykorzystaniem obliczeń procentowych
- przeprowadzić proste badanie statystyczne, opracować i zaprezentować jego wyniki
- ocenić dokładność zastosowanego przybliżenia

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- sklasyfikować podzbiory zbioru liczb rzeczywistych ze względu na wykonalność działań
- udowodnić niewymierność przykładowych liczb
- wykazać, że jeżeli liczba jest wymierna, to ma rozwinięcie dziesiętne skończone lub nieskończone okresowe i odwrotnie
- uzasadnić prawa działań na potęgach i pierwiastkach

- porównywać potęgi o wykładnikach rzeczywistych
- udowodnić prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym
- rozwiązać równanie wykładnicze (logarytmiczne) z parametrem
- zaznaczać w układzie współrzędnych zbiory rozwiązań równań i nierówności logarytmicznych z dwiema niewiadomymi
- udowodnić wzór na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu, logarytm potęgi i zamianę podstawy logarytmu
- rozwiązywać zadania dotyczące procentów typu: "pewna wielkość wzrosła o $p\%$; oblicz o ile $\%$ należy ją zmniejszyć, aby powróciła do poziomu wyjściowego"

FUNKCJE I ICH WŁASNOŚCI

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- rozpoznać funkcje wśród przyporządkowań
- podać przykłady zależności funkcyjnych w otaczającej nas rzeczywistości
- określać funkcje na różne sposoby (diagram, tabela, wzór, wykres, opis słowny)
- obliczyć wartości funkcji dla różnych argumentów
- wyznaczyć dziedzinę funkcji na podstawie diagramu, tabeli, opisu słownego
- wyznaczyć, w prostych przypadkach, dziedzinę na podstawie wzoru funkcji
- znaleźć, w prostych przypadkach, zbiór wartości funkcji o danej dziedzinie i wzorze
- swobodnie operować układem współrzędnych
- rozpoznać wykresy funkcji wśród krzywych
- sporządzić wykresy funkcji o kilkuelementowej dziedzinie
- na podstawie wykresu funkcji odczytać jej dziedzinę
- na podstawie wykresu funkcji odczytać zbiór jej wartości
- na podstawie wykresu funkcji wskazać największą wartość funkcji i najmniejszą wartość funkcji (w całej dziedzinie lub w podanym przedziale)
- na podstawie wykresu funkcji odczytać jej miejsca zerowe
- znajdować miejsca zerowe funkcji w przypadku, gdy prowadzi to do rozwiązywania równań liniowych
- posługując się poznanymi metodami rozwiązywania równań, obliczać, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość
- na podstawie wykresu funkcji określić liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ dla ustalonej wartości m
- odczytać z wykresu funkcji rozwiązania nierówności: $f(x) > m$, $f(x) \leq m$ dla ustalonej wartości m (w szczególności dla $m = 0$)
- określić przedziały monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu
- narysować wykres funkcji $f(x) = a/x$ dla danego a ,

- szkicować wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ dla danego a , korzystać ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- wyznaczyć zbiór wartości funkcji zdefiniowanych w bardziej złożony sposób
- znaleźć na podstawie zadania tekstowego zależność funkcyjną między dwiema wielkościami i wyznaczyć dziedzinę otrzymanej funkcji
- narysować wykres funkcji na podstawie wykonanych pomiarów różnych zjawisk
- na podstawie wykresu funkcji określić liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od wartości m
- narysować wykres funkcji $y = f(x - a) + b$, mając dany wykres funkcji $y = f(x)$
- uzasadnić, że funkcja $f(x) = \frac{1}{x}$ nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie
- odczytać z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu: $f(x) = g(x)$, $f(x) < g(x)$, $f(x) > g(x)$
- zaprojektować wykresy funkcji o zadanych własnościach
- korzystać ze wzoru i wykresu funkcji $f(x) = a/x$ do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- uzasadnić, że funkcja np. rosnąca na dwóch przedziałach liczbowych nie musi być rosnąca na sumie tych przedziałów
- uzasadniać z definicji monotoniczność funkcji
- dobierać parametr we wzorze funkcji tak, by miała ona określone własności

FUNKCJA LINIOWA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- rozpoznać wielkości wprost proporcjonalne
- podać zależność funkcyjną między wielkościami wprost proporcjonalnymi opisanymi w zadaniu tekstowym
- narysować wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru i omówić jej własności

- podać wzór funkcji liniowej na podstawie jej wykresu
- interpretować współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej
- rozstrzygnąć, czy układ dwóch równań liniowych jest oznaczony, nieoznaczony czy sprzeczny
- rozwiązać układ równań metodą podstawiania i metodą przeciwnych współczynników
- podać interpretację graficzną danego układu równań liniowych
- wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty
- sprawdzić współliniowość punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej
- sprawdzić rachunkowo, czy dany punkt leży na danej prostej
- wyznaczyć równanie prostej równoległej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt;
- wyznaczyć równanie prostej prostopadłej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- przeanalizować, jak – w zależności od współczynników (zapisanych w postaci parametrów) funkcji liniowej – zmieniają się jej własności
- rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi
- rozwiązać zadanie parametrem dotyczące równoległości lub prostopadłości wykresów funkcji liniowych
- rozwiązać zadanie z parametrem dotyczące układów równań liniowych

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- uzasadnić na podstawie definicji rodzaj monotoniczności funkcji liniowej
- przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem
- przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań układu dwóch równań liniowych z parametrem
- rozwiązać układ co najmniej trzech równań liniowych

TRYGNOMETRIA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- podać definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym
- podać wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30° , 45° , 60°

- obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w trójkącie prostokątnym
- odczytywać z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
- znajdować w tablicach kąt ostry, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej
- rozwiązywać trójkąty prostokątne w prostych zadaniach
- obliczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany sinus, cosinus kąta
- podawać związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
- stosować zależności między funkcjami trygonometrycznymi do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
- stosować funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań osadzonych w kontekście praktycznym
- zaznaczać kąt w układzie współrzędnych
- wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
- określać znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta
- obliczać wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90° , 120° , 135°

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
- stosować funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań praktycznych o podwyższonym stopniu trudności
- rozwiązywać trójkąty prostokątne
- obliczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany tangens kąta
- uzasadnić związki między funkcjami trygonometrycznymi

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji trygonometrycznych
- stosować związek między współczynnikiem kierunkowym a kątem nachylenia prostej do osi OX

Klasa II Liceum Ogólnokształcącego

GEOMETRIA ANALITYCZNA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- zaznaczać punkty oraz zbiory na płaszczyźnie kartezjańskiej
- przekształcić równanie prostej z postaci kierunkowej do ogólnej i odwrotnie
- wyznaczyć punkty przecięcia prostej (opisanej równaniem w postaci ogólnej) z osiami układu współrzędnych
- badać równoległość i prostopadłość prostych w postaci ogólnej
- zbadać wzajemne położenie dwóch prostych
- wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez dany punkt i równoległej do prostej danej w postaci ogólnej
- wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez dany punkt i prostopadłej do prostej danej w postaci ogólnej
- obliczyć odległość punktu od prostej
- wyznaczyć półpłaszczyznę opisaną za pomocą nierówności liniowej z dwiema niewiadomymi
- sprawdzić położenie punktu względem półpłaszczyzny opisanej nierównością liniową i wykorzystać tę umiejętność do zaznaczania właściwej półpłaszczyzny
- rozwiązać graficznie układ nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi
- opisywać za pomocą nierówności liniowych wielokąty (na płaszczyźnie kartezjańskiej)
- przesunąć wykres funkcji wzdłuż osi x zgodnie z podanym wzorem $y = f(x - a)$
- przesunąć wykres funkcji wzdłuż osi y zgodnie z podanym wzorem $y = f(x) + b$
- przekształcić wykres funkcji przez symetrię względem osi x zgodnie z podanym wzorem $y = -f(x)$
- przekształcić wykres funkcji przez symetrię względem osi y zgodnie z podanym wzorem $y = f(-x)$
- narysować wykres funkcji $y = f(x - a) + b$, mając dany wykres albo wzór funkcji $y = f(x)$
- na podstawie podanego wzoru funkcji (w prostych przypadkach) odczytać i zapisać ten wzór w postaci $y = f(x - a) + b$.
- podać własności funkcji $y = f(x - a) + b$, $y = -f(x)$ i $y = f(-x)$ na podstawie odpowiednich własności funkcji $y = f(x)$

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- rozwiązać zadanie z parametrem dotyczące położenia prostej na płaszczyźnie kartezjańskiej
- wyznaczyć równania dwusiecznych kątów utworzonych przez dwie dane proste
- wykorzystywać w zadaniach z geometrii analitycznej własności dwusiecznej kąta
- rozwiązać graficznie nierówność liniową z dwiema niewiadomymi z wartością bezwzględną
- rozwiązać problemowe zadanie z geometrii analitycznej z wykorzystaniem równań prostych

- składać (w prostych przypadkach) symetrie i przesunięcia wykresów funkcji

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- wyprowadzić równanie rodziny prostych równoległych lub prostopadłych do danej prostej w postaci ogólnej
- zaznaczać na płaszczyźnie kartezjańskiej zbiory opisane za pomocą nierówności stopnia drugiego
- rozwiązać graficznie układ nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi z wartością bezwzględną
- swobodnie składać przesunięcia równoległe wykresu funkcji z symetrami

FUNKCJA KWADRATOWA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- narysować wykres funkcji $f(x) = ax^2$ ($x \in R; a \neq 0$) i podać jej własności
- narysować wykres funkcji kwadratowej danej w postaci kanonicznej i podać jej własności
- określić własności (zbiór wartości, przedziały monotoniczności, wartość ekstremalną) funkcji kwadratowej na podstawie jej postaci kanonicznej
- przekształcić wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do ogólnej i odwrotnie
- obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli $y = ax^2 + bx + c$
- wyznaczyć wartość największą i wartość najmniejszą funkcji kwadratowej w podanym przedziale
- rozwiązać równanie kwadratowe niepełne ($ax^2 + bx = 0$, $ax^2 + c = 0$) metodą rozkładu na czynniki
- określić liczbę pierwiastków równania kwadratowego na podstawie znaku wyróżnika
- rozwiązać równanie kwadratowe za pomocą wzorów na pierwiastki
- sprowadzić funkcję kwadratową do postaci iloczynowej
- odczytać miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
- wykorzystywać w prostych zadaniach wzory Viète'a
- rozwiązać nierówność kwadratową
- wykonać działania na zbiorach rozwiązań nierówności kwadratowych
- rozwiązać graficznie i rachunkowo układ równań: liniowego i kwadratowego
- wyznaczyć punkty wspólne paraboli i prostej
- rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do równania kwadratowego
- rozwiązać zadanie z parametrem dotyczące liczby rozwiązań równania kwadratowego
- zbadać dla jakich wartości parametru nierówność kwadratowa nie ma rozwiązań
- naszkicować wykres funkcji kwadratowej określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami
- znaleźć brakujące współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie różnych informacji o jej wykresie
- zilustrować na płaszczyźnie kartezjańskiej zbiór rozwiązań nierówności typu $y \geq ax^2 + bx + c$ oraz wykonać działania na takich zbiorach
- zapisać równanie okręgu (nierówność opisującą koło) o danym środku i promieniu
- wyznaczyć z równania okręgu jego środek i promień
- wyznaczyć równanie okręgu na podstawie pewnych informacji o jego położeniu, np. przechodzącego przez trzy dane punkty
- zbadać wzajemne położenie okręgu i prostej
- wyznaczyć punkty wspólne okręgu i prostej
- zbadać wzajemne położenie dwóch okręgów
- wyznaczyć równanie stycznej do okręgu w punkcie należącym do tego okręgu

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- przekształcić parabolę $y = ax^2 + bx + c$ przez symetrię względem prostej równoległej do osi x lub osi y układu współrzędnych oraz napisać równanie otrzymanego obrazu tej paraboli
- rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do szukania wartości ekstremalnych funkcji kwadratowej
- rozwiązać równanie kwadratowe z wartością bezwzględną
- rozwiązać nierówność kwadratową z wartością bezwzględną
- rozwiązać zadanie z parametrem dotyczące położenia rozwiązań równania kwadratowego na osi liczbowej
- rozwiązać zadanie z parametrem z zastosowaniem wzorów Viète’a
- rozwiązać nierówność kwadratową z parametrem
- rozwiązać zadanie z parametrem dotyczące równania okręgu
- wyznaczyć równania stycznych do okręgu równoległych do danej prostej
- wyznaczyć równania stycznych do okręgu prostopadłych do danej prostej
- wyznaczać obraz okręgu w przekształceniach na płaszczyźnie

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- wyprowadzić wzory na współrzędne wierzchołka paraboli
- znaleźć na podstawie zadania tekstowego związek między dwiema wielkościami, gdy wyraża się on poprzez funkcję kwadratową i naszkicować wykres tej funkcji z uwzględnieniem dziedziny
- sprowadzić na ogólnych danych funkcję kwadratową z postaci ogólnej do postaci kanonicznej
- wyprowadzić wzory na pierwiastki równania kwadratowego
- wyznaczyć równania stycznych do okręgu przechodzących przez dany punkt leżący poza okręgiem

WIELOMIANY I FUNKCJE WYMIERNE

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- napisać wielomian o danych współczynnikach i wypisać współczynniki danego wielomianu
- określić stopień wielomianu oraz obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu
- dobrać wartości parametrów tak, aby dwa wielomiany były równe
- stosować wzory na sześcian sumy i różnicy oraz na sumę i różnicę sześcianów
- przekształcać wielomiany z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia
- wykonać działania arytmetyczne w zbiorze wielomianów
- odczytać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej
- rozłożyć wielomian na czynniki z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia
- rozłożyć wielomian na czynniki metodą grupowania wyrazów
- podzielić wielomian przez wielomian
- zapisać wielomian w postaci $W(x) = P(x)Q(x) + R(x)$, znając $W(x)$ i $P(x)$
- sprawdzić, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu
- stosować w prostych zadaniach twierdzenie Bézouta
- rozłożyć wielomian na czynniki z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych i twierdzenia Bézouta

- określić krotność pierwiastka wielomianu
- rozwiązać nierówność wielomianową metodą siatki znaków i metodą szkicowania wykresu
- określić dziedzinę wyrażenia wymiernego
- skrócić i rozszerzyć wyrażenia wymierne
- sprowadzić wyrażenia wymierne do wspólnego mianownika
- dodawać i odejmować wyrażenia wymierne
- mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne
- rozwiązać równanie wymierne prowadzące do równania liniowego lub kwadratowego
- rozwiązać prostą nierówność wymierną
- narysować wykres i podać własności funkcji $y = \frac{a}{x-p} + q$
- podać definicję funkcji homograficznej
- wyznaczyć (w prostych przypadkach) ze wzoru jedną zmienną w zależności od innych
- rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do równania wymiernego (np. dotyczące drogi, prędkości i czasu lub wydajności pracy)

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- podzielić wielomian przez dwumian przy użyciu schematu Hornera
- podać przykład wielomianu, znając np. jego miejsca zerowe i stopień
- rozłożyć wielomian na czynniki metodą grupowania wyrazów, jeśli wymaga to przedstawienia pewnych wyrazów w postaci sumy innych
- rozłożyć (w prostych przypadkach) na czynniki wielomiany niemające pierwiastków, np.: $x^4 + 1$ czy $x^4 + 5x^2 + 1$
- udowodnić twierdzenie Bézouta
- rozwiązać równanie wielomianowe z parametrem
- rozwiązać nierówność wielomianową z parametrem
- rozwiązać równanie wymierne prowadzące do równania wielomianowego stopnia 3. lub wyższego
- wyznaczyć ze wzoru jedną zmienną w zależności od innych w przypadkach wymagających wykonania bardziej skomplikowanych przekształceń
- rozwiązać nierówność wymierną prowadzącą do nierówności wielomianowej stopnia 3. lub wyższego
- rozwiązać równanie wymierne (nierówność wymierną) z wartością bezwzględną
- narysować wykres funkcji typu $y = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$
- sprowadzić funkcję homograficzną do postaci $y = \frac{a}{x-p} + q$

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- udowodnić twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu (współczynnikach całkowitych)
- wyznaczyć resztę z dzielenia wielomianu przez iloczyn wielomianów, znając reszty z dzielenia tego wielomianu przez poszczególne czynniki
- rozwiązać zadania z parametrami dotyczące pierwiastków wielokrotnych
- rysować wykresy funkcji homograficznych z wartością bezwzględną oraz opisywać własności tych funkcji

FUNKCJE, RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- sporządzić wykres i podać własności funkcji wykładniczej
- przekształcać wykresy funkcji wykładniczych
- rozwiązać graficznie układ dwóch równań, z których co najmniej jedno jest równaniem wykładniczym
- rozwiązać proste równanie wykładnicze
- rozwiązać prostą nierówność wykładniczą
- sporządzić wykres i podać własności funkcji logarytmicznej
- przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych
- rozwiązać proste równanie logarytmiczne
- rozwiązać prostą nierówność logarytmiczną
- wykorzystywać w prostych zadaniach wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów oraz kąta podwojonego
- wykorzystywać w prostych zadaniach wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów kątów
- rozwiązać elementarne równanie trygonometryczne
- rozwiązać elementarną nierówność trygonometryczną
- rozwiązać równanie trygonometryczne prowadzące do równania kwadratowego

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym
- rozwiązywać zadania osadzone w kontekście praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej
- rozwiązać równanie wykładnicze metodą podstawiania
- rozwiązać równanie logarytmiczne metodą podstawiania
- wykorzystywać własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej w zadaniach z parametrem
- wykorzystywać własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej w zadaniach na dowodzenie
- wykorzystywać wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów oraz kąta podwojonego w zadaniach na dowodzenie
- wykorzystywać wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów kątów w zadaniach na dowodzenie
- rozwiązać równanie trygonometryczne (nierówność trygonometryczną) wymagające przekształcania funkcji trygonometrycznych

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- rozwiązać równanie trygonometryczne z parametrem
- stosować w zadaniach wzór na zamianę podstawy logarytmu

CIĄGI

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- obliczyć n -ty wyraz ciągu, znając jego wzór ogólny
- wyznaczyć miejsce zerowe ciągu o danym wzorze ogólnym
- narysować wykres ciągu
- odczytać z wykresu własności ciągu
- wyznaczyć kolejne wyrazy ciągu na podstawie wzoru rekurencyjnego
- rozpoznać ciąg arytmetyczny
- obliczyć n -ty wyraz ciągu arytmetycznego, znając wyraz pierwszy i różnicę lub pewne dwa wyrazy
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny, znając np. jeden z jego wyrazów i iloczyn pewnych dwóch wyrazów
- obliczyć sumę n początkowych wyrazów danego ciągu arytmetycznego
- obliczyć, ile wyrazów danego ciągu arytmetycznego należy dodać, aby otrzymać określoną sumę
- rozpoznać ciąg geometryczny
- obliczyć n -ty wyraz ciągu geometrycznego, znając wyraz pierwszy i iloraz
- wyznaczyć ciąg geometryczny, znając jego dwa wyrazy
- obliczyć sumę n początkowych wyrazów danego ciągu geometrycznego
- zastosować w zadaniach zależność między wyrazami a_{n-1}, a_n, a_{n+1} ciągu arytmetycznego lub ciągu geometrycznego
- rozwiązać zadanie tekstowe, w którym dane wielkości są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego lub ciągu geometrycznego
- rozwiązać zadania wymagające jednoczesnego stosowania własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego
- wyznaczyć wielkości zmieniające się zgodnie z zasadą procentu składanego
- obliczyć wartość lokaty, znając stopę procentową, okres rozrachunkowy i czas oszczędzania
- obliczyć wartość lokaty o zmieniającym się oprocentowaniu

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- zbadać monotoniczność ciągu
- określać monotoniczność ciągu będącego np. sumą dwóch ciągów o ustalonej monotoniczności
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny, znając np. jego dwie sumy częściowe
- zastosować w zadaniach zależność między wyrazami a_{n-k}, a_n, a_{n+k} ciągu arytmetycznego lub ciągu geometrycznego
- stosować własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach na dowodzenie
- obliczyć wysokość raty kredytu spłacanego (w równych wielkościach) systemem procentu składanego
- obliczyć wysokości rat malejących
- porównać zyski z różnych lokat i różne sposoby spłacania kredytu

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- udowodnić wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
- udowodnić wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
- wyprowadzić wzór na wysokość raty kredytu spłacanego (w równych wielkościach) w

systemie procentu składanego

- badać własności ciągów, będących złożeniami innych (np. 2^{a_n} , gdzie (a_n) jest ciągiem arytmetycznym)

Klasa III Liceum Ogólnokształcącego

PLANIMETRIA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- określić wzajemne położenie dwóch okręgów
- określić wzajemne położenie okręgu i prostej
- korzystać z własności stycznej do okręgu i własności okręgów stycznych
- wskazać kąty środkowe i wpisane oparte na danych łukach
- zastosować twierdzenie o zależności między kątem środkowym, kątami wpisanymi i kątem między styczną a cięciwą (wyznaczonymi przez ten sam łuk)
- rozpoznać trójkąty podobne i wykorzystać (także w kontekście praktycznym) cechy podobieństwa trójkątów
- poprawnie zapisać proporcje boków w trójkątach podobnych
- korzystać z twierdzenia Pitagorasa oraz związków miarowych w trójkącie prostokątnym
- obliczyć długości boków figur podobnych, wykorzystując skalę podobieństwa
- oszacować rzeczywistą odległość między punktami, znając odległość między tymi punktami na mapie i skalę mapy
- zastosować w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
- wyznaczyć wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach od 0° do 180°
- obliczyć długości boków i miary kątów trójkąta prostokątnego, mając dany jeden bok i wartość funkcji trygonometrycznej jednego z kątów ostrych
- podać wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30° , 60° i 45°
- korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora)
- obliczyć miarę kąta ostrego, dla którego funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo - korzystając z tablic lub kalkulatora - przybliżoną)
- stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$,
 $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ oraz $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$
- znając wartość funkcji trygonometrycznej sinus lub kosinus kąta ostrego, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta
- korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych, w tym ze wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi
- udowodnić prostą tożsamość trygonometryczną

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- udowodnić twierdzenie o odcinkach stycznych
- stosować zależności między katami środkowymi i wpisnymi w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności
- wyprowadzić związki miarowe w trójkącie prostokątnym
- skonstruować odcinek o długości równej średniej geometrycznej dwóch danych odcinków
- stosować podobieństwo trójkątów w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności
- swobodnie operować skalą map
- udowodnić tożsamość trygonometryczną wymagającą przekształcenia wyrażeń wymiernych
- rozwiązać zadanie wymagające zastosowania związku między funkcjami trygonometrycznymi, np. znając wartość $\sin \alpha + \cos \alpha$, obliczyć $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- rozwiązać wieloetapowe zadania geometryczne wymagające zapisania związków między potrzebnymi wielkościami w postaci układu równań (np. 3 zmiennych) i rozwiązania go
- wyznaczyć pole i obwód figury ograniczonej łukami okręgów
- rozwiązać niestandardowe zadania geometryczne wymagające np. poprowadzenia na rysunku dodatkowych odcinków i dostrzeżenia trójkątów podobnych
- udowodnić wzory redukcyjne dla kąta rozwartego

STEREOMETRIA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- wskazać płaszczyzny równoległe i prostopadłe do danej płaszczyzny
- wskazać proste równoległe i prostopadłe do danej płaszczyzny
- odróżnić proste równoległe od prostych skośnych
- wskazać proste prostopadłe w przestrzeni
- wyznaczyć kąt nachylenia krawędzi bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa
- wyznaczyć kąt nachylenia ściany bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa
- rozpoznawać graniastosłupy proste i pochyłe, równoległościanny i prostopadłościanny
- rysować siatki graniastosłupów i ostrosłupów wypukłych
- zastosować w zadaniach związki między liczbą ścian, krawędzi i wierzchołków graniastosłupów i ostrosłupów wypukłych

- wskazać promień podstawy, wysokość i tworzące walca oraz stożka; zastosować w zadaniach związki między nimi
- wskazać kąt rozwarcia stożka oraz kąt nachylenia tworzącej do podstawy
- zastosować funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków i miar kątów w bryłach
- obliczyć objętość i pole powierzchni graniastopła, ostrosłupa, walca, stożka i kuli

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- wyznaczyć kąt nachylenia odcinka w graniastopśle do ściany niebędącej podstawą graniastopła
- wyznaczyć kąt dwuścienny między ścianami bocznymi ostrosłupa
- rozpoznać wielościany foremne i opisać ich podstawowe własności
- zbadać własności brył powstałych z obrotu wokół osi różnych figur płaskich (np. sumy dwóch trójkątów)
- wyznaczyć objętość i pole powierzchni brył, w których dane mają postać wyrażeń algebraicznych i doprowadzić wynik do prostej postaci
- obliczyć objętość i pole powierzchni brył, mając nietypowe dane (np. kąt między ścianami bocznymi ostrosłupa lub kąt nachylenia przekątnej ściany bocznej graniastopła trójkątnego do sąsiedniej ściany)

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- rozwiązywać nietypowe zadania wymagające stworzenia modelu przestrzennego badanej bryły

RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA I STATYSTYKA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- rozpoznać, czy dana sytuacja jest doświadczeniem losowym
- określić zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego
- obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia A ($A \subset \Omega$) z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa
- obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń w prostych zadaniach (np. o monetach, kostkach, kulach i kartach)
- rozpoznać zdarzenia wykluczające się
- stosować w prostych przypadkach regułę mnożenia
- odróżniać losowanie ze zwracaniem i losowanie bez zwracania

- wyznaczyć medianę, dominantę, średnią i rozstęp danych surowych
- obliczyć średnią ważoną wyników
- obliczyć odchylenie przeciętne, wariancję i odchylenie standardowe zbioru danych
- odczytać podstawowe informacje z wykresu i diagramu
- zaprezentować dane w postaci diagramu kołowego, diagramu słupkowego, wykresu
- narysować diagram częstości

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- stosować regułę mnożenia w trudniejszych przypadkach
- rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące losowania ze zwracaniem i bez zwracania
- zastosować w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo sumy dwóch zdarzeń
- zastosować w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
- rozwiązać zadania dotyczące średniej ważonej (np. znajdować brakujące wagi)
- podać przykład zestawu danych o ustalonych parametrach statystycznych
- porównać różne zestawy danych surowych na podstawie opisujących je parametrów (w prostych przypadkach)

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- obliczyć liczbę zdarzeń elementarnych w nietypowych sytuacjach
- obliczyć prawdopodobieństwo sumy trzech zdarzeń